



<b>Titel</b>	<b>ZYLINDER – KEGEL – KUGEL (RUNDE KÖRPER)</b>
<b>Gegenstand</b>	Mathematik
<b>Schulstufe</b>	8. Schulstufe
<b>Bezug zum Fachlehrplan</b>	<p><b>4.2 Arbeiten mit Variablen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Sicherheit beim Arbeiten mit Variablen, Termen, Formeln und Gleichungen steigern,</li> <li>• Arbeiten mit einfachen Bruchtermen.</li> </ul> <p><b>4.3 Arbeiten mit Figuren und Körpern</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• den Lehrsatz des Pythagoras für Berechnungen in ebenen Figuren und in Körpern nutzen können,</li> <li>• Berechnungsmöglichkeiten mit Variablen darstellen können;</li> <li>• Formeln für die Berechnung von Umfang und Flächeninhalt des Kreises wissen und anwenden können,</li> <li>• Formeln für die Berechnung der Oberfläche und des Volumens von Drehzylindern, Drehkegeln und Kugel erarbeiten und nutzen können.</li> </ul>
<b>Bezug zu BiSt</b>	<p><b><u>Inhaltsbereiche</u></b></p> <p><b>Zahlen und Maße (I1)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• natürliche, ganze, rationale Zahlen</li> <li>• Bruch- und Dezimaldarstellung rationaler Zahlen; Potenzschreibweise (mit ganzzahligen Exponenten), Wurzeln</li> <li>• Rechenoperationen, Rechengesetze und -regeln</li> <li>• Maßeinheiten (für Längen, Flächeninhalte, Volumina, Massen)</li> </ul> <p><b>Variable, funktionale Abhängigkeiten (I2)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Variable und Terme</li> <li>• einfache Gleichungen (Formeln) und Ungleichungen</li> </ul> <p><b>Geometrische Figuren und Körper (I3)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Satz von Pythagoras</li> <li>• Umfangs-, Flächen-, Oberflächen- und Volumsformeln</li> </ul> <p><b><u>Handlungsbereiche</u></b></p> <p><b>Darstellen, Modellbilden (H1)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Zeichnungen (mit Lineal oder Freihandskizze) einfacher geometrischer Figuren und Körper anfertigen</li> <li>• problemrelevante mathematische Zusammenhänge identifizieren und</li> </ul>

mathematisch darstellen

- geeignete mathematische Mittel (Begriffe, Modelle, Darstellungsformen, Technologien) und Lösungswege auswählen
- aus bekannten (z. B. auch elektronisch verfügbaren) mathematischen Modellen neue Modelle entwickeln (modulares Arbeiten)

### **Rechnen, Operieren (H2)**

- elementare Rechenoperationen durchführen, potenzieren, Wurzel ziehen
- Maßeinheiten umrechnen
- in Terme und Gleichungen (Formeln) Zahlen einsetzen, Werte berechnen
- Terme, Gleichungen (Formeln) und Ungleichungen umformen
- Ergebnisse abschätzen, sinnvoll runden, näherungsweise rechnen

### **Handlungsbereich Interpretieren (H3)**

- tabellarisch, grafisch oder symbolisch gegebene Zusammenhänge beschreiben und im jeweiligen Kontext deuten
- Zusammenhänge und Strukturen in Termen, Gleichungen (Formeln) und Ungleichungen erkennen, sie im Kontext deuten
- Rechenergebnisse im jeweiligen Kontext deuten
- zutreffende und unzutreffende Interpretationen erkennen

### **Argumentieren, Begründen (H4)**

- mathematische Argumente nennen, die für oder gegen die Verwendung eines bestimmten mathematischen Begriffs, eines Modells oder einer Darstellung(sform), für oder gegen einen bestimmten Lösungsweg bzw. eine bestimmte Lösung, für oder gegen eine bestimmte Interpretation sprechen
- die Entscheidung für die Verwendung eines bestimmten mathematischen Begriffs, eines Modells, eines Lösungsweges, für eine Darstellung(sform), eine bestimmte Lösung oder eine bestimmte Sichtweise/Interpretation argumentativ belegen
- mathematische Vermutungen formulieren und begründen (aufgrund deduktiven, induktiven oder analogen Schließens)
- zutreffende und unzutreffende mathematische Argumentationen bzw. Begründungen erkennen; begründen, warum eine Argumentation oder Begründung (un-) zutreffend ist

### **Komplexitätsbereiche (K1 – K3)**

LERNZIELE	
<p><b>LANGFRISTIGES ZIEL</b> Die Schülerinnen und Schüler werden unterschiedliche Körper aus ihrer Umgebung ihren geometrischen Formen zuordnen, damit sie auf lange Sicht in der Lage sind, eigenständig grundlegende Berechnungen (V, O, M, ...) durchzuführen, Körper verschiedenartig darzustellen und wesentliche Informationen aus Darstellungen bzw. Berechnungen herauszulesen.</p>	
KERNIDEE	KERNFRAGEN
<p>Runde Formen sind interessant und elegant.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Welche geometrischen Körper werden in unserer Umgebung bevorzugt verwendet?</li> <li>• Was haben Kegel, Zylinder und Kugel gemeinsam?</li> <li>• Was zeichnet runde Körper aus?</li> <li>• Warum finden bestimmte Körper für bestimmte Zwecke Verwendung?</li> <li>• Wie helfen mir Volumen- und Oberflächenberechnungen im täglichen Leben?</li> <li>• Wie können Überschlagsrechnungen bei „runden“ Körpern durchgeführt werden?</li> </ul>
<p><b>VERSTEHEN</b> Die Lernenden werden verstehen, dass:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• vor allem Zylinder und Kugeln wichtige geometrische Körper für unsere Wirtschaft und unmittelbare Umwelt sind.</li> <li>• gewisse Gegenstände nur in runder Form erzeugt/verwendet werden (Schrauben, Töpfe, ...)</li> <li>• „runde“ Körper Vorteile und Nachteile haben. (drehbar, ...)</li> <li>• es hilfreich ist, Volumen und Flächen von „runden“ Körper überschlagsweise zu berechnen.</li> <li>• elegant und auffällig wirken.</li> </ul>	

## WISSEN

Die Lernenden werden als Wissen zur Verfügung haben:

- Grundkenntnisse über Längen-, Flächen- und Raummaße
- Namen und Eigenschaften von Körpern
- Näherungswert der Konstanten  $\pi$ .
- Umfangs- und Flächenformel des Kreises;
- Mantel- und Oberflächenformel von Kugel, Kegel und Zylinder
- Volumenformel von Kugel, Kegel und Zylinder
- Rechenregeln (Terme)
- Aufriss, Grundriss und Schrägriss der 3 Körper
- Kreis verändert sich bei räumlicher Darstellung zur Ellipse.
- Mantel eines Drehkegels ist ein Kreissektor
- Mantel eines Drehzylinders ist ein Rechteck
- Ergebnisse beim Berechnen von Volumen und Oberfläche sind irrationale Zahlen (wenn rationale oder natürliche Zahlen verwendet werden).
- „Runde“ Körper benötigen vergleichsweise viel Platz.
- „Runde“ Körper haben eine kreisförmige Grundfläche.
- „Runde“ Körper weisen vergleichsweise weniger Oberfläche auf.

## TUN KÖNNEN

Die Lernenden werden können:

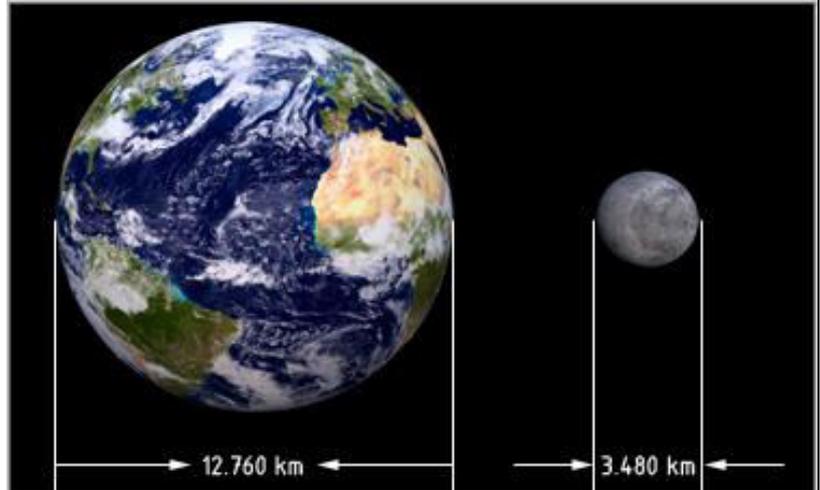
- Längen-, Flächen- und Raummaße in kleinere/größere Maße umwandeln
- Flächeninhalte und Volumen näherungsweise bestimmen
- Volumen von Zylindern, Kegeln, Kugeln exakt berechnen
- Flächen (Grundfläche, Mantel- oder Oberfläche) von Körpern berechnen
- Masse von Zylindern, Kegeln und Kugeln bestimmen
- Pythagoräischen Lehrsatz zur Bestimmung fehlender Größen (im Kegel) verwenden
- Skizzen von Körpern anfertigen und beschriften. (Grund-, Auf- und Schrägriss)
- Netze von Zylindern und Kegeln anfertigen
- Umkehraufgaben durchführen
- Einfache Berechnungen mit Termen durchführen
- Flächeninhalte und Volumen mit Hilfe von Termen beschreiben
- Taschenrechner für die Bestimmung exakter Werte benützen
- Die Auswirkungen von Veränderungen im Längenbereich auf Flächeninhalte und Volumen beschreiben und beweisen

**AUFGABE – Himmelskörper (H4)**

In Laras Geographieheft ist dieses Bild eingeklebt.  
Darunter steht folgender Satz:

*Die Erde ist ca. 4-mal so groß wie der Mond.*

Bist du mit diesem Satz **einverstanden** oder hättest du andere **Vorschläge**?



**SKALA (Argumentieren und Begründen)**

<p><b>Zielbild übertroffen</b></p>	<p>Die Aufgabe wird über das Wesentliche hinaus erfüllt.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Es wird ein Argument für diesen Satz gefunden.</li> <li>• Das Argument für den Satz wird mathematisch bewiesen.</li> <li>• Es werden andere Vorschläge (aus anderen Perspektiven) gemacht.</li> <li>• Diese Vorschläge werden mathematisch bewiesen.</li> <li>• Es wird angegeben, wann welche Betrachtungsweise sinnvoll ist.</li> <li>• Die Aufgabe ist nachvollziehbar und korrekt.</li> </ul> <p>Lara erhält eine umfassende Sichtweise zu diesem Thema.</p>
<p><b>Zielbild getroffen</b></p>	<p>Die Aufgabe wird erfüllt.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Es wird ein Argument für diesen Satz gefunden.</li> <li>• Das Argument für den Satz wird mathematisch bewiesen.</li> <li>• Es wird ein anderer Vorschlag (aus einer anderen Perspektive) gemacht.</li> <li>• Dieser Vorschlag wird mathematisch bewiesen.</li> <li>• Die Aufgabe wird nachvollziehbar und größtenteils korrekt durchgeführt.</li> </ul> <p>Ein Verständnis für die Kugel ist vorhanden.</p>
<p><b>Zielbild teils getroffen</b></p>	<p>Die Aufgabe wird in Teilbereichen erfüllt.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Es werden Behauptungen getroffen.</li> <li>• Die Behauptungen werden zum Teil mathematisch bewiesen.</li> <li>• Die Aufgabe wird teilweise nachvollziehbar und korrekt durchgeführt.</li> </ul> <p>Ein Verständnis für die Kugel ist in Teilbereichen vorhanden.</p>
<p><b>noch nicht</b></p>	<p>Die Aufgabe wird mit Hilfe erfüllt oder teilweise erfüllt.</p> <p>Die Schüler und Schülerinnen erhalten den Hinweis, das Volumen und die Oberfläche der beiden Himmelskörper zu berechnen. Anschließend können die Werte der Volumina, der Oberflächen oder der Durchmesser miteinander verglichen werden.</p>

## AUFGABE – Kieshaufen (H2)

Bauarbeiter Rudi muss mit seinem LKW diesen Kieshaufen an einem Tag abtransportieren.

Er berechnet deshalb, wie oft er insgesamt fahren muss.

Die notwendigen Längen bestimmt er selbst.



## SKALA (Rechnen)

<p><b>Zielbild übertroffen</b></p>	<p>Die Aufgabe wird über das Wesentliche hinaus erfüllt.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Es wird eine geeignete Methode gefunden, die Fahrten exakt zu berechnen.</li> <li>• Eine Schätzung (=Überschlagsrechnung) ist vorhanden.</li> <li>• Die Schätzung ist sinnvoll, realistisch, korrekt und im Kopf lösbar.</li> <li>• Die Vorgehensweise beim Schätzen und Berechnen ist korrekt, sinnvoll und ausgereift dokumentiert (= beschrieben).</li> <li>• Die Schätzung entspricht grundsätzlich der exakt berechneten Lösung.</li> </ul> <p>Ein Verständnis für Volumenberechnung ist eindeutig ersichtlich.</p>
<p><b>Zielbild getroffen</b></p>	<p>Die Aufgabe wird erfüllt.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Es wird eine geeignete Methode gefunden, die Fahrten exakt zu berechnen.</li> <li>• Die Vorgehensweise ist korrekt, sinnvoll und ausreichend dokumentiert (= beschrieben).</li> <li>• Die Berechnungen sind größtenteils richtig und sinnvoll.</li> </ul> <p>Ein Verständnis für Volumenberechnung ist ersichtlich.</p>
<p><b>Zielbild teils getroffen</b></p>	<p>Die Aufgabe wird in Teilbereichen erfüllt.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Es wird eine geeignete Methode gefunden, die Fahrten exakt zu berechnen.</li> <li>• Die Vorgehensweise und die Berechnungen sind teilweise korrekt und sinnvoll.</li> </ul> <p>Ein Verständnis für Volumenberechnung ist zum Teil vorhanden.</p>
<p><b>noch nicht</b></p>	<p>Die Aufgabe wird mit Hilfe erfüllt oder teilweise erfüllt. Die Schülerinnen und Schüler erhalten eine Darstellung, die mit den wichtigsten Werten beschriftet ist. Außerdem erfahren sie, dass das Volumen berechnet werden muss.</p>

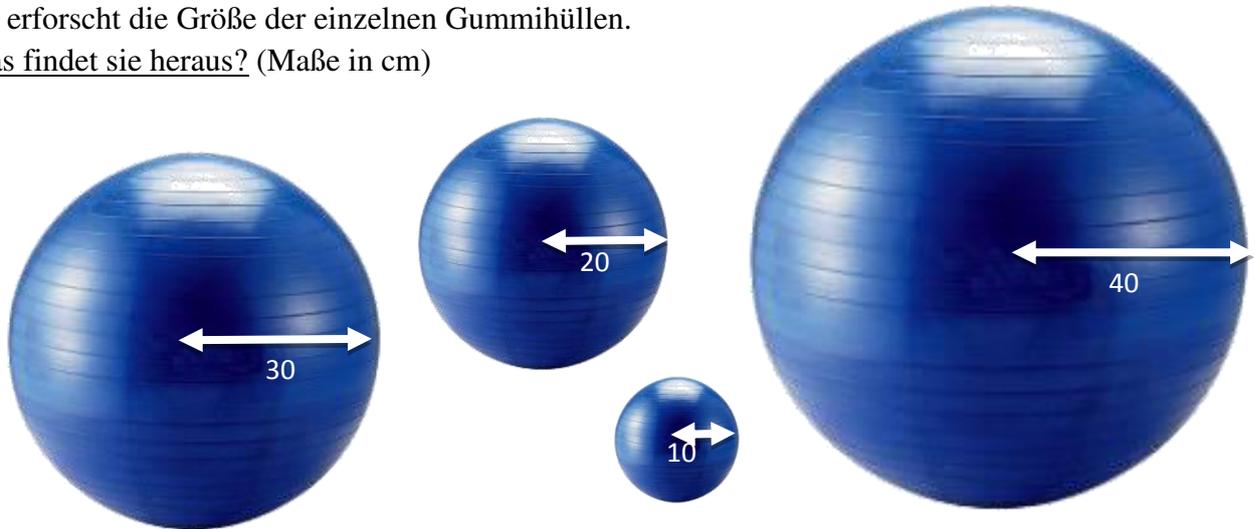
### AUFGABE – Bälle (H3)

In deiner Firma werden Gymnastikbälle in unterschiedlichen Größen hergestellt.

Frau Haaser ist für die **Gummihülle** zuständig.

Sie erforscht die Größe der einzelnen Gummihüllen.

Was findet sie heraus? (Maße in cm)



### SKALA (Interpretieren)

<p><b>Zielbild übertroffen</b></p>	<p>Die Aufgabe wird über das Wesentliche hinaus erfüllt.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Es werden die Gummihüllen der einzelnen Bälle untersucht.</li> <li>• Die Werte werden miteinander verglichen.</li> <li>• Die Erkenntnisse sind aussagekräftig oder allgemein zusammengefasst. (Kernaussage!)</li> <li>• Alle Erkenntnisse werden rechnerisch bewiesen.</li> <li>• Die Bearbeitung ist nachvollziehbar und korrekt.</li> </ul> <p>Ein Verständnis ist für die Aufgabe ist eindeutig vorhanden.</p>
<p><b>Zielbild getroffen</b></p>	<p>Die Aufgabe wird erfüllt.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Es werden die Gummihüllen der einzelnen Bälle untersucht.</li> <li>• Die Werte werden miteinander verglichen.</li> <li>• Besonderheiten werden erkannt.</li> <li>• Alle Erkenntnisse werden rechnerisch bewiesen.</li> <li>• Die Bearbeitung ist nachvollziehbar und größtenteils korrekt.</li> </ul> <p>Ein Verständnis ist für die Aufgabe ist vorhanden.</p>
<p><b>Zielbild teils getroffen</b></p>	<p>Die Aufgabe wird in Teilbereichen erfüllt.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Es werden die Gummihüllen der einzelnen Bälle untersucht.</li> <li>• Die Werte werden miteinander verglichen.</li> <li>• Es sind Berechnungen vorhanden.</li> <li>• Die Vergleiche und die Berechnungen sind teilweise korrekt und sinnvoll.</li> </ul> <p>Ein Verständnis für die Aufgabe ist zum Teil vorhanden.</p>
<p><b>noch nicht</b></p>	<p>Die Aufgabe wird mit Hilfe erfüllt oder teilweise erfüllt. Die Schülerinnen und Schüler erhalten in ihrer Aufgabendarstellung zusätzlich die Werte der Oberflächen und den Hinweis, diese Oberflächen und die Radien miteinander zu vergleichen.</p>